75-MA'RUZA

KORRELYaSION VA REGRESSION TAHLIL

Mavzuning rejasi

1.Ikki tasodifiy miqdor orasidagi korrelyasion bog'lanish.
2.Chiziqli regressiya tenglamasi.
3.Parabolik regressiya tenglamasi.

Tayanch so'z va iboralar: funksional bog'lanish, statistik bog'lanish, korrelyasion bog'lanish, shartli o'rta qiymati, regressiya tenglamasi, regressiya chizig'i, chiziqli korrelyasiya, kichik kvadratlar usuli, Lejandr usul, korrelyasiya koeffisiyenti, to'g'ri chiziq tenglamasi.

Bog'lanish turlari

Funksional bog'lanish

Agar bir miqdorning har bir qiymatiga ikkinchi miqdorning birorta qomda orqali faqat bitta qiymati mos kelsa bunday bog'lanish **funksional bog'lanish** deyiladi. Misol. Aylana uzunligi C va uning radiusi R ni ikki miqdor desak, bu miqdorlar orasidagi funksional bog'lanish quyidagicha yoziladi.

$$C = 2\pi R,$$

bunda aylana radiusi R ning har bir qiymatiga uni 2π ga ko'paytirish qoidasi yordamida aylana uzunligi C ning yagona qiymati mos keladi. Afsuski tabiatda uchraydigan hamma miqdorlar ham funksional bog'langan bo'lmaydi.

Statistik bog'lanish

Agar bir miqdorning o'zgarishi ikkinchi miqdorning taqsimot qonunining o'zgarishiga olib kelsa, bunday bog'lanish **statistik bog'lanish** deyiladi.

Masalan. X deb, bir gektar yerda solinadigan mineral o'g'it miqdorini, Y deb esa, shu yerdan olinadigan xosildorlik miqdorini belgilasak, u holda bu ikki miqdorning o'zaro bog'liqligi o'z-o'zidan tushunarli, lekin bu bog'liklikni funksional munosabat bilan bog'lab bo'lmaydi. Bunday hollarda statistik bog'lanish qaraladi.

Odatda, tasodifiy miqdor taqsimot qonuni noma'lum bo'ladi, shu sababli amalda statistik bog'lanish o'rniga korrelyasion bog'lanish qaraladi.

Bir miqdorning o'zgarishi ikkinchi miqdor shartli o'rta qiymatining o'zgarishiga olib kelsa, bunday bog'lanish **korrelyasion bog'lanish** deyiladi.

Korrelyasion jadval

Ikki o'lchovli tanlanmani qaraylik: $(x_1, y_1), (x_1, y_2), ..., (x_n, y_m)$ yoki jadval ko'rinishda

$Y \quad X$	x_1	x_2	...	x_n
y_1	n_{11}	n_{21}	...	n_{n1}
y_2	n_{12}	n_{22}	...	n_{n2}
...	...	...	...	...
y_m	n_{1m}	n_{2m}	...	n_{nm}

bu yerda n_{ij} - berilgan tanlanmadagi (x_i, y_j) elementlarning soni.

Shartli o'rta qiymat

Korrelyasion jadval yordamida shartli o'rta qiymat tushunchasi quyidagicha kiritiladi: Y miqdorning $X = x_1$ qiymat qabul qilgandagi **shartli o'rta qiymati** deb, $\overline{Y}(X = x_1) = n_{11} \cdot y_1 + n_{12} \cdot y_2 + ... + n_{1m} \cdot y_m$ ga aytiladi. Bu ta'rifdan ko'rinib turibdiki, tanlanma berilgan bo'lsa, uning shartli o'rta qiymatlarini hisoblash qiyin bo'lmaydi.

Regressiya tenglamasi

X miqdorning o'zgarishi natijasida Y miqdorning shartli o'rta qiymati ham o'zgaradi, ya'ni $\overline{Y}(X = x\ ) = f(x)$- bu tenglama Y miqdorning X miqdorga nisbatan **regressiya tenglamasi** deyiladi. Bu funksiyaning grafigi **regressiya chizig'i** deyiladi.

Chiziqli korrelyasiya

Iqtisodiy jarayonlarni o'rganayotganda bir-biriga bog'liq bo'lgan ikki va undan ortiq faktorlarni qarashga to'g'ri keladi. Odatda bu faktorlar bir-biriga bog'liq bo'ladi. Agar Y ning X ga va X ning Y ga regressiya chiziqlarining ikkalasi ham to'g'ri chiziqlar bo'lsa, u holda korrelyasiya **chiziqli korrelyasiya** deyiladi.

Kichik kvadratlar usuli

Chiziqli regressiya tenglamasini kengroq ko'rib chiqaylik. $\overline{Y}(X = x\ ) = a_0 + a_1 x$, bu yerda a_0, a_1- chiziqli funksiya koeffisiyentlari. Bu chiziqli funksiya koeffisiyentlari amalda noma'lum bo'lib, ular chiziqli regressiya grafigining tanlanma elementlariga eng yaqin joylashish shartidan, ya'ni a_0, a_1--parametrlarni $Q^2 = \sum (y_i - a_0 - a_1 x)^2$-kvadratik formaning minimumga erishish shartidan topamiz. Bu usul Lejandr yoki **kichik kvadratlar usuli** deyiladi.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial Q^2}{\partial a_0} = \sum\limits_{i=1}^{n} 2(Y_i - a_0 - a_1 x_i)(-1) = 0 \\ \dfrac{\partial Q^2}{\partial a_1} = \sum\limits_{i=1}^{n} 2(Y_i - a_0 - a_1 x_i)(-x_i) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overline{Y} - a_0 - a_1 \overline{x} = 0 \\ \overline{XY} - a_0 \overline{x} - a_1 \overline{x^2} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_0 = \overline{Y} - a_1 \overline{x} \\ \overline{XY} - (\overline{Y} - a_1 \overline{x})\overline{x} - a_1 \overline{x^2} = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_0 = \overline{Y} - a_1 \overline{x} \\ \overline{XY} - \overline{Y}\,\overline{X} + a_1 \overline{x}^2 - a_1 \overline{x^2} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_0 = \overline{Y} - a_1 \overline{x} \\ \overline{XY} - \overline{Y}\,\overline{X} + a_1 (\overline{x}^2 - \overline{x^2}) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_0 = \overline{Y} - a_1 \overline{x} \\ \overline{XY} - \overline{Y}\,\overline{X} = a_1 (\overline{x}^2 - \overline{x^2}) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} a_0 = \overline{Y} - a_1 \overline{x} \\ a_1 = \dfrac{\overline{XY} - \overline{Y}\,\overline{X}}{\overline{x}^2 - \overline{x^2}} = \dfrac{\overline{XY} - \overline{Y}\,\overline{X}}{S_x^2} \end{cases}$$

Korrelyasiya koeffisiyenti

Topilgan a_0, a_1 ning qiymatlarini chiziqli regressiya tenglamasiga qo'yamiz.

$\overline{Y}(X) = \overline{Y} - a_1 \overline{x} + a_1 x \Rightarrow \overline{Y}(X) - \overline{Y} = a_1(\overline{x} - x) \Rightarrow \overline{Y}(X) - \overline{Y} = \dfrac{\overline{XY} - \overline{Y}\,\overline{X}}{S_x^2}(\overline{x} - x)$. Quyidagi belgilashni kiritamiz: $r_b = \dfrac{\overline{XY} - \overline{X} \cdot \overline{Y}}{S_x \cdot S_y}$- tanlanma **korrelyasiya koeffisiyenti**.

$\overline{Y}(X) - \overline{Y} = r_b \cdot \dfrac{S_y}{S_x}(x - \overline{x})$ - barcha to'g'ri chiziqlar ichida berilgan tanlanmaga eng yaqin joylashgan **to'g'ri chiziq tenglamasi**dir.